

МАТЕМАТИКА КАК СРЕДСТВО РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

MATHEMATICS AS A MEANS OF SOLVING ECONOMIC TASKS

Аннотация: статья рассматривает уникальный язык математики и аспекты применения разнообразных математических методов при решении многих экономических задач.

Abstract: the article considers the unique language of mathematics and aspects of the use of various mathematical methods in solving many economic problems.

Ключевые слова: математические методы, развитие экономики, электронно-вычислительные процедуры, линейное программирование.

Key words: mathematical methods, economic development, electronic computing procedures, linear programming.

Экономическая структура жизни нашего общества постоянно меняется, что приводит к усложнению принятия управленческих решений. И здесь на помощь приходит математика в виде специально разработанного курса под общим названием «Экономико-математические методы и модели». На применение математических методов огромное влияние оказало развитие вычислительной техники, которая уже позволила применить множество методов, описанных ранее лишь теоретически или на простейших примерах. Кроме всего прочего развитие систем компьютерной обработки, накопления и хранения информации создает новую, весьма обширную информационную базу, которая возможно послужит толчком к созданию новых, ранее неизвестных математических методов поиска и принятия решений.

Математику можно определить как науку, оперирующую чистыми абстракциями, т.е. объектами, отделёнными от реального мира. Сначала в древние времена математика и науки о природе не разделялись. Люди воспринимали числа и операции над ними как законы реального мира. Лишь в Древней Греции впервые возникла идея о том, что числа можно изучать отдельно (школа Пифагорейцев) и с того времени было положено начало развитию математики как самостоятельной науки. Со временем, совершенствуясь, математика стала широко проникать во все сферы науки, и тут выяснилось, уравнения и выражения, созданные для целей одной науки, зачастую применимы, после определённой подработки, в другой. Это свидетельствует об универсальности математического языка. Причина такой универсальности математики, по мнению ученых, кроется в высоком уровне абстрагированности математического языка. Уже введение понятия числа было переходом на более высокий уровень абстрагирования. Числа не имеют вкуса, запаха, веса и других эмпирических характеристик, являясь лишь субъективным суждением о количестве какого-либо предмета, явления. В то же время они позволяют определить количественные характеристики и отношения практически любого объекта. Общеизвестным мнением является факт того, что язык математики имеет определенные преимущества перед естественными языками. Он минимально избыточен, моносемантичен и содержит в себе правила преобразования. Все это позволяет сравнительно легко оперировать элементами языка. Однако, применение математического языка, в свою очередь требует определённого уровня формализации, который реализуется двумя путями:

- 1) создание аксиоматических систем;
- 2) алгоритмизация [7].

Аксиоматическая система - это один из способов построения теории на основе базовых положений (аксиом), из которых затем выводится основное содержание теории. Аксиоматические системы в ходе эволюции прошли три этапа, которым соответствуют три типа аксиоматических систем:

а) Содержательные аксиоматические системы - когда на основе основных представлений с помощью интуиции описываются содержательно ясные объекты. Т.е. и объекты и аксиомы имеют свои аналоги в мире вещей. На начальных этапах развития науки все теории представляли из себя такие аксиоматические системы.

б) Полуформализованная аксиоматическая система предполагает задание абстрактных объектов, для которых описываются содержательно ясные аксиомы.

в) Полностью формализованные системы. В этом случае изначально задаются и алфавит системы и аксиомы и правила преобразования знаков алфавита, сохраняющие истинность аксиом [7].

Алгоритмизация, второй вид полной формализации, предполагает создание алгоритмов - единых методов для решения целого ряда задач. При этом метод решения заключается в совершении какой-то последовательности заранее определённых действий. При этом создание алгоритма уже предполагает универсальность. Одно время даже пытались создать единый алгоритм для решения любых задач. Универсальность алгоритмов имеет определённые ограничения. Во-первых, это их дискретность, т.е. разбивка на шаги, которые нельзя пропускать; во-вторых, для ряда задач вообще нет алгоритма решения [7].

При применении математических методов в различных науках наблюдается определенная специфика, которая в значительной мере определяется особенностями процесса познания в этих науках, зависящими от свойств объекта исследования. Объект исследования может быть отнесен к различным уровням организации материи: неживая, живая природа и общественная жизнь человека. На уровне общества качественно новой особенностью является необходимость описывать противоречивое единство интересов и целей отдельных организмов, участвующих в том или ином процессе, противоречивое единство связанных между собой, иерархически организованных цепочек организмов [6, С. 129]. В экономике такими организмами можно считать отдельных людей, группу людей, организацию, предприятие. Даже экономическую систему отдельной страны можно рассматривать как организм с присущими ему реакциями на различные факторы внешней среды.

Экономическая наука, как и любая другая имеет свою специфику. Специфика ее определяется общей спецификой наук о человеке. Все общественные науки изучают самую сложную и высокоорганизованную форму движения - социальную.

На современном этапе экономические взаимоотношения между субъектами образуют экономические системы со сложной структурой, большим количеством элементов и связей между ними, которые и являются причиной почти всех особенностей экономических задач.

По Гатаулину основой экономической системы является производство, следовательно, экономическую систему можно рассматривать как совокупность управляемой (производство) и управляющей систем. Из этого вытекают следующие особенности:

- 1) масштабы производства как управляемой системы несравненно больше чем любой технической управляемой системы;

2) производство, как система, постоянно совершенствуется, и управление им включает управление процессами совершенствования;

3) в связи с научно-техническим прогрессом и развитием производительных сил изменяются параметры системы, что обуславливает необходимость исследования новых закономерностей развития производства и их использования в управлении;

4) с усложнением производства повышаются требования к методам сбора, накопления, переработки информации; ее дифференциации по уровням иерархии с учетом существенности с точки зрения принятия управленческих решений;

5) участие человека в производстве как неотъемлемой части производительных сил общества обуславливает необходимость учета комплекса социальных, биотических, экологических и других факторов;

6) участие в сельскохозяйственном производстве биологических систем как средств производства, их существенная зависимость от случайных природных факторов обуславливают вероятностный характер многих производственных процессов, что необходимо учитывать в управлении производством [3, С. 21].

Но кроме производственных систем в состав экономических систем входит также сфера обращения и непроизводственная сфера, которые также имеют свою специфику. Она заключается в том, что участие в процессах обращения множества покупателей и продавцов предполагает необходимость учета таких факторов как конкуренция, законы спроса и предложения, а также то, что большинство условий здесь также имеет вероятностный характер.

Из сказанного следует, что экономические задачи, это задачи с большим числом неизвестных, имеющих различные динамические связи и взаимоотношения. Т.е. экономические задачи многомерны, и даже будучи представлены в форме системы неравенств и уравнений, не могут быть решены обычными математическими методами. Еще одной характерной чертой планово-экономических и других экономических задач является множественность возможных решений; определенную продукцию можно получить различными способами, по-разному выбирая сырье, применяемое оборудование, технологию и организацию производственного процесса [4, С.7]. В то же время для управления требуется по возможности минимальное количество вариантов и желательно наилучшие. Поэтому второй особенностью экономических задач является то, что это задачи экстремальные, что в свою очередь предполагает наличие целевой функции.

Говоря о критериях оптимальности, следует упомянуть, что в ряде случаев может возникнуть ситуация, когда приходится принимать во внимание одновременно ряд показателей эффективности (например, максимум рентабельности и прибыли, товарной продукции, конечной продукции и т.д.). Это связано не только с формальными трудностями выбора и обоснования единственного критерия, но и многоцелевым характером развития систем. В этом случае потребуется несколько целевых функций и соответственно какой-то компромисс между ними.

Близко к многоцелевым задачам лежат задачи с дробно-линейной функцией, когда целевая функция выражается относительными показателями эффективности производства (рентабельность, себестоимость продукции, производительность труда и т.д.) [3, С.139].

Кроме всего вышеизложенного, надо учитывать, что входными величинами производственных систем служат материальные ресурсы (природные, средства производства), трудовые ресурсы, капиталовложения, информационные ресурсы (сведения о ценах, технологии и др.). Из этого следует еще одна особенность

экономических задач: наличие ограничений на ресурсы. Т.е. это предполагает выражение экономической задачи в виде системы неравенств.

Случайный характер факторов, влияющих на экономическую систему, предполагает вероятностный (стохастический) характер технико-экономических коэффициентов, коэффициентов целевой функции, что также является спецификой экономических задач.

В то же время нередко встречаются условия, когда зависимости между различными факторами или в целевой функции нелинейны. Например, это имеет место в зависимостях между затратами ресурсов и выходом конечного продукта. Основная часть таких задач встречается при моделировании рыночного поведения, когда следует учитывать факторы эластичности спроса и предложения, т.е. нелинейный характер изменений этих величин от уровня цен.

При моделировании рыночного поведения кроме нелинейности зависимостей, встречается такая особенность, как требование учитывать поведение конкурентов. Экономисты признали, что действие объективных экономических законов осуществляется через деятельность множества хозяйственных подразделений. В то же время, осуществление решения, принятого в одном из этих подразделений, может оказать значительное влияние на те, или иные характеристики экономической ситуации, в которой принимают решения остальные подразделения (меняются количество сырья, цены на изделия и др.). Возникает, следовательно, комплекс оптимизационных задач, в каждой из которых какие-то переменные величины зависят от выбранных управлений в других задачах [4, С.124].

Еще одной общей особенностью экономических задач является дискретность (либо объектов планирования, либо целевой функции). Эта целочисленность вытекает из самой природы вещей, предметов, которыми оперирует экономическая наука. Т.е. не может быть дробным число предприятий, число рабочих и т.д. При этом дискретный характер имеют не только объекты планирования, но и временные промежутки, внутри которых осуществляется планирование. Это означает, что при планировании какого-либо действия всегда следует определить, на какой срок оно осуществляется, в какие сроки может быть осуществлено, и когда будут результаты. Т.о., вводится еще одна дискретная переменная - временная.

Дискретность многих экономических показателей неотделима от неотрицательности значений (величины реальных предметов или отрезков времени не может быть меньше нуля).

Не следует забывать и о том, что экономическая система - не застывшая, статичная совокупность элементов, а развивающийся, меняющийся под действием внешних и внутренних факторов механизм. При этом возникает ситуация, когда решения, принятые раньше, детерминируют частично или полностью решения, принятые позднее.

Т.о., легко заметить, что экономические задачи, решаемые математическими методами, имеют специфику, определяемую особенностями экономических систем, как более высоких форм движения по сравнению с другими системами. Эти особенности экономических систем сделали недостаточными те математические методы, которые выросли из потребностей других наук. Т.е. потребовался новый математический аппарат, причем не столько более сложный, сколько, просто учитывающий особенности экономических систем на базе уже существующих математических методов.

Кроме того, экономические системы усложняются сами, изменяется их структура, а иногда и содержание, обусловленное развитием самой экономики. Это делает устаревшими многие методы, применявшиеся ранее, или требует их корректировки.

В экономических исследованиях издавна применялись простейшие математические методы. В хозяйственной жизни широко используются геометрические формулы. Так, площадь участка поля определяется путем перемножения длины на ширину или объем силосной траншеи - перемножением длины на среднюю ширину и глубину. Существует целый ряд формул и таблиц, облегчающих хозяйственным работникам определение тех или иных величин.[5, С. 52].

Не стоит говорить о применении арифметики, алгебры в экономических исследованиях, это уже вопрос о культуре исследования, каждый уважающий себя экономист владеет такими навыками. Особняком здесь стоят так называемые методы оптимизации, чаще называемые как экономико-математические методы.

В 60-е годы нашего столетия развернулась дискуссия о математических методах в экономике. Например, академик Немчинов выделял пять базовых методов исследования при планировании:

- 1) балансовый метод;
- 2) метод математического моделирования;
- 3) векторно-матричный метод;
- 4) метод экономико-математических множителей;
- 5) метод последовательного приближения [9, С. 153].

В то же время академик Канторович выделял математические методы в четыре группы:

- макроэкономические модели, куда относил балансовый метод и модели спроса;
- модели взаимодействия экономических подразделений (на основе теории игр);
- линейное моделирование, включая ряд задач, немного отличающихся от классического линейного программирования;
- модели оптимизации, выходящие за пределы линейного моделирования (динамическое, нелинейное, целочисленное, и стохастическое программирование) [4].

Несомненным лидером среди них является линейное программирование, которое было разработано академиком Канторовичем в 30-е годы XX-го века [4].

К настоящему времени математическая модель задачи линейного программирования выглядит следующим образом:

$$F(x_1 \dots x_n) = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j + c_0 \rightarrow \max(\text{и} \text{а} \text{х} \text{ м} \text{и} \text{н}) (j = 1 \dots n)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq (\text{и} \text{и} \text{л} \text{ }) b_i \quad (i = 1 \dots m) \quad (1)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1 \dots n)$$

Задача линейного программирования двойственна, т.е., если прямая задача имеет решение $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, то существует и имеет решение обратная задача основанная на транспонировании матрицы прямой задачи. Решением обратной задачи

является вектор $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$. компоненты которого можно рассматривать как объективно обусловленные оценки ресурсов, т.е. оценки, показывающие ценность ресурса и насколько полно он используется. На основе объективно обусловленных оценок американским математиком Дж. Данцигом - был разработан симплекс-метод решения задач оптимального программирования. Этот метод весьма широко применяется. Алгоритм его весьма детально проработан, и даже составлены прикладные пакеты программ, которые применяются во многих отраслях планирования.

Несмотря на широту применения метода линейного программирования, он учитывает лишь три особенности экономических задач - большое количество переменных, ограниченность ресурсов и необходимость целевой функции. Конечно, многие задачи с другими особенностями можно свести к линейной оптимизации, но это не дает нам права упустить из виду другой хорошо разработанный метод математического моделирования - динамическое программирование. По сути, задача динамического программирования является описанием многошаговых процессов принятия решений [1, 2].

Кроме этих двух, достаточно детально разработанных методов, в экономических исследованиях в последнее время стали применяться множество других методов. Одним из подходов к решению экономических задач является подход, основанный на применении новой математической дисциплины - теории игр [8]. Суть этой теории заключается в том, что игрок (участник экономических взаимоотношений) должен выбрать оптимальную стратегию в зависимости от того, какими он представляет действия противников (конкурентов, факторов внешней среды и т.д.). В зависимости от того, насколько игрок осведомлен о возможных действиях противников, игры бывают открытые и закрытые. При открытой игре оптимальной стратегией будет выбор максимального минимума выигрыша - "максимина" из всей совокупности решений, представленных в матричной форме. Соответственно противник будет стремиться проиграть лишь минимальный максимум - "минимакс", который в случае игр с нулевой суммой будет равен "максимину". В экономике же чаще встречаются игры с ненулевой суммой, когда выигрывают оба игрока. Кроме этого в реальной жизни число игроков редко бывает равно всего двум. При большем же числе игроков появляются возможности для кооперативной игры, когда игроки до начала игры могут образовывать коалиции и соответственно влиять на ход игры. Стратегии игроков не обязательно должны содержать одно решение, может быть так, что для достижения максимального выигрыша потребуется применять смешанную стратегию (когда две или несколько стратегий применяются с какой-то вероятностью). Кроме того в закрытых играх тоже требуется учитывать вероятность того или иного решения противника. Т.о., в теории игр стало необходимым применение аппарата теории вероятности, который впоследствии нашел свое применение в экономических исследованиях в виде отдельного метода - стохастического моделирования. Содержание метода стохастического программирования состоит во введении в матрицу задачи или в целевую функцию элементов теории вероятности. В этом случае обычно берется просто среднее значение случайной величины, взятое относительно всех возможных состояний.

Кроме этих методов применяются методы нелинейного, целочисленного программирования и многие другие. Сущность метода нелинейного программирования заключается в нахождении или седловинной точки, или общего максимума или минимума функции. Основная сложность здесь в трудности

определения, является ли этот максимум общим или локальным. Для целочисленного моделирования основная трудность заключается в трудности подбора целого значения функции.

Пожалуй, самыми перспективными методами исследования в экономике следует считать теорию игр и стохастическое моделирование. Их роль возрастает с совершенствованием электронно-вычислительных машин. Переработка все больших объемов статистической информации позволит выявлять более глубокие вероятностные закономерности экономических явлений. Развитие же такого специфического рода вычислительных систем, как самообучающиеся системы или так называемый "искусственный интеллект" возможно, позволит широко использовать моделирование экономических взаимоотношений с помощью деловых компьютерных игр. Играя, самообучающиеся системы будут приобретать опыт принятия оптимальных решений в самых сложных ситуациях, не теряя при этом преимущества вычислительной техники перед человеком - большой объем памяти, прямой доступ к ней, быстродействие. Т.о. в настоящий момент математический аппарат и электронно-вычислительные процедуры являются основным методом решения экономических задач.

Литература:

1. Беллман, Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. И.М. Андреевой [и др.]. Под ред. Н.Н. Воробьева. М., Изд. иностр. лит. 1960. 400 с.
2. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Пер. с англ. Н.М. Митрофановой [и др.] Под ред. А.А. Первозванского. М., "Наука", 1965. 458 с.
3. Гатаулин, А.М., Гаврилов, Г.В., Сорокина, Т.М. и др. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве.- М., Агропромиздат, 1990. 432 с.
4. Канторович, Л.В., Горстко, А.Б. Оптимальные решения в экономике. М., "Наука", 1972. 232 с.
5. Кравченко, Р.Г., Попов, И.В., Толпекин, С.З. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства. М., "Колос", 1973. 528с.
6. Моисеев, Н.Н. Человек, среда, общество. Проблемы формализованного описания.- М., "Наука", 1982. 240 с.
7. Моисеев, Н.Н. Математик задает вопросы (Приглашение к диалогу). М., "Знание", 1975. 191 с.
8. Нейман, Дж., Моргенштерн, О. Теория игр и экономическое поведение. Пер. с англ. Под ред. и с доб. Н.Н. Воробьева. М., "Наука", 1970. 707 с.
9. Немчинов В.С. Избранные произведения. Том 3. Экономика и математические методы. М., "Наука", 1967. 490 с.