

Методическая разработка урока на тему: «Тела вращения в практической деятельности и в жизни человека»

Подготовила: Гуржий Валентина Ивановна, преподаватель математики, Филиал краевого государственного бюджетного профессионального образовательного учреждения «Уссурийский агропромышленный колледж» в Ханкайском районе.

Вид занятия: Семинар «Защита темы» -мотивация познавательной деятельности студентов – показать прикладную направленность темы.

Цели:

1. Обучающая: показать применение темы в практических ситуациях.
2. Развивающая: продолжить формирование умения распознавать геометрические модели тел, применять математические знания в практических ситуациях, описанных условием задачи.
3. Воспитательная: продолжить воспитание мотивации учения, раскрывая профессиональную и практическую значимость изучаемого материала.

Обеспечение занятия: компьютер, проектор, модели многогранников и круглых тел, обобщающие таблицы по теме, раздаточный материал.

Ход урока:

1) Организационный момент

Вступительная беседа. Материал этого раздела большой по объёму. Вопросы теории подробно рассмотрены нами на предыдущих занятиях.

Задача итогового занятия ещё раз подчеркнуть важность сведений о телах вращения для практики, рассмотреть историю некоторых вопросов, показать связь данного раздела с другими направлениями математики и науки.

При введении понятия «тела вращения» мы уже говорили, что большинство деталей, вытачиваемых из дерева или металла на токарных станках- тела вращения и посуда, изготавливаемая на гончарных кругах и стеклянные банки, бутылки, графины, стаканы, пробирки и различные катушки, барабаны, валы, шайбы, заклёпки, линзы, патроны, снаряды, спортивный диск, мячи, обручи- всё это материальные тела, имеющие форму тел вращения, и где бы мы не оказались, наверняка будем иметь дело с подобными телами.

Цилиндрические резервуары и цистерны, хоккейные шайбы, электроды для электросварки, круглые карандаши, цилиндр двигателя внутреннего сгорания или поршневого насоса тоже цилиндры.

Естественно насыпанные на горизонтальной поверхности кучи песка, зерна, угля имеют форму конусов. При этом каждому сыпучему материалу соответствует

определённый угол естественного уклона (угол уклона, образующий к плоскости основание конуса). Так, например, песку, соответствует угол уклона в 25° , глине- 30° , щебню- 33° , углю- 42° .

Форму усечённого конуса имеют вёдра, тарелки, кадушки, ролики многих подшипников и т.д.

Примеры материальных шаров – шарики подшипников, шарики в дробилках, многие резервуары на нефтеперерабатывающих заводах, конфеты драже, бильярдные шары.

В математике имеют место идеальные модели конуса, цилиндра и др. В реальной же практике о той или иной фигуре вращения можно говорить, что она является конусом или цилиндром с определенным приближением, именно с этим мы встречаемся на производстве.

В курсе стереометрии рассматриваются три основные тела вращения: цилиндр, конус, шар, и у нас учащиеся разделились на три группы:

- 1) 1 ряд – цилиндры;
- 2) 2 ряд – конусы;
- 3) 3 ряд – шары.

Общее название этих тел связано с тем, что их образование можно связать с вращением некоторой плоской фигуры вокруг ее стороны как оси.

1 задание: Наиболее полно представить свое тело вращения, назвать все важнейшие понятия. Перечисленные понятия должны быть проиллюстрированы с помощью моделей и рисунков.

2. Сообщения учащихся

1) Цилиндр - одно из самых распространённых тел. Простейшим цилиндром является прямой круговой цилиндр.

Прямым круговым цилиндром называется тело, образованное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон.

В цилиндре можно выделить два основания, называется осью цилиндра.

Границы цилиндра составляют два основания и боковая поверхность цилиндра, ее можно представлять себе образованной вращением отрезка вокруг оси цилиндра.

Сочинением цилиндра плоскостью параллельной основанию будет круг того же радиуса, что и основания.

Высота цилиндра – это расстояние между основаниями, т.е. длина отрезка оси между центрами оснований. Обычно цилиндр задают двумя числовыми данными: радиусом основания и высоты.

Боковую поверхность цилиндра можно развернуть на плоскость, если представить себе эту поверхность, сделанной из бумаги и разрезать ее параллельные оси цилиндра, то она развернется в форме прямоугольника, одна из сторон которого равна высоте цилиндра, а другая – длине окружности основания.

2) Конус – коническая форма, также как и цилиндрическая, широко распространена в окружающем нас мире.

Прямым круговым конусом называется тело, образованное вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов.

В конусе можно выделить основание в форме круга и вершину. Прямая, проходящая через вершину и центр основания, называется осью конуса.

Сечением конуса плоскостью, параллельной основанию, будет круг.

Высота конуса – это расстояние от его вершины до основания, т.е. длина отрезка оси, соединяющего вершину и центр основания.

Конус можно задать двумя численными данными, радиусом основания и высотой.

Радиус основания и высота – это катеты того прямоугольного треугольника, вращением которого был образован конус. Гипотенуза этого треугольника называется образующей конуса.

Боковая поверхность конуса образована вращением вокруг оси отрезка, один конец которого совпадает с вершиной конуса.

Так же, как и у цилиндра, боковую поверхность конуса можно развернуть на плоскость. Если разрез сделать по образующей, то разверткой будет круговой сектор.

Если в конусе провести сечение, параллельное основанию, то между основанием и плоскостью сечение получится тело, называемое усеченным конусом.

3) Шар и сфера – сферой радиуса R (где $R > 0$) с центром в точке O называется множество точек пространства, удаленных от точки O на расстояние R .

Сфера разбивает пространство на две части: внутреннюю, составленную из точек, удаленных от точки O на расстояние меньшее R , и внешнюю, составленную из точек, удаленных от точки O на расстояние большее R .

Внутреннюю часть пространства вместе со сферой называют шаром радиуса R с центром в точке O . Таким образом, шар – множество точек пространства, удаленных от точки O на расстояние меньшее или равное R .

Сфера и шар радиуса R с центром в точке O получаются при вращении соответственно окружности и круга вокруг диаметра.

Отрезки, соединяющие точки с центром, называются радиусами сферы. Они же называются радиусами соответствующего шара и сферы называются отрезки, по которым шар пересекается с прямыми, проходящими через центр.

2 задание:

А) Преподаватель называет номер формулы. Студент показывает модель фигуры вращения, которой соответствует предлагаемая формула:

$^1S = \pi R$	$^2S = 2\pi R H$	$^3V = \pi H^2 (R - H/3)$
$^4V = 2/3 \pi R^2 H$	$^5S = \pi R + \pi R^2$	$^6S = \pi (R_1 + R_2)$
$^7V = \pi R^2 H$	$^8V = 4/3 \pi R^3$	$^9V = 1/3 \pi R^2 H$
$^{10}S = 4\pi R^2$	$^{11}V = 1/3 \pi H (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$	$^{12}S = 2\pi R H + 2\pi R^2$

Б) С помощью структурной схемы назвать все вспомогательные понятия тел вращения.

Слово учителя: Для чего математика нужна человеку? В самом деле, почему без нее не обойтись биологу, физику, химику, астроному? Да потому, что она, как и естественные науки изучает окружающий нас мир. Разница лишь в том, что физика, биология, химия – изучают предметы и явления окружающего нас мира со стороны их качества или, как говорят, со стороны содержания, а математика изучает те же предметы со стороны их количества, пространства и времени, говорят со стороны их формы.

И так, следующее 3 задание заключается в сообщении учащихся по теме: <Тела вращения в моей профессии, в которой называются объекты их техники и быта, имеющие форму тел вращения:

Тракторы; сельскохозяйственные машины

- поршень двигателя внутреннего сгорания состоит из цилиндрических, конических и шаровой поверхностей.

- Запальная свеча в двигателях внутреннего сгорания, предназначена для воспламенения горючего в цилиндрах двигателя, состоит из цилиндрических, винтовых и конических поверхностей, а также из шестиугольной призмы.

- Клапан двигателя внутреннего сгорания (например автомобильного, тракторного и др.) состоит из цилиндрических, конических и других поверхностей вращения.

- Рулевое колесо трактора представляет собой кольцевую поверхность.

- Искроуловитель содержит коническую, цилиндрическую и шаровую поверхности.
 - Колесо комбайна – есть комбинация цилиндрических поверхностей и т.п.,
- производится анализ примеров использования тел вращения в технических объектах:

Пример 1:

Трансмиссионный вал со шкивом – цилиндр, на котором закреплен шкив, представляющий собой комбинацию цилиндра и усеченного конуса. Трансмиссионный вал применяется для передачи вращательного движения.

Пример 2:

Верхняя часть домкрата имеет форму усеченного конуса, к которому примыкает бобышка (для крепления шестерни), также имеющая форму усеченного конуса.

Пример 3:

Шариковый подшипник, широко используемый в технике, состоит из двух колец, между которыми находятся шарики. Воспринимая нагрузку, шарики одновременно катятся по желобам, проточенным на кольцах, в результате трение скольжения заменяется трением качения.

Пример 4:

Шлифованный круг (деталь шлифованного станка) представляет собой усеченный конус.

Пример 5:

Металлические трубы для передачи воды, газа, пара – являются полыми круговыми цилиндрами. Для закрепления труб между собой с помощью болтов служат фланцы, представляющие собой круговые цилиндры большего диаметра, но меньшей высоты.

Пример 6:

Резервуар опрыскивателя.

Опрыскиватель – машина для опрыскивания растений ядохимикатами с целью защиты от болезней и вредителей.

Одним из рабочих органов опрыскивателя является резервуар, в котором транспортируется и размещается рабочая жидкость.

Этот резервуар обычно имеет форму цилиндра со сферическим днищем.

Для вычисления его объема рекомендуется формула:

$$V = 0.785d (L + 1) + 1,047 \text{ л}$$

Где – L – длина,

D – диаметр цилиндрической части резервуара

L – длина его сферических частей (высота шаровых сегментов).

Высеивающий аппарат большинства сеялок представляет собой цилиндрическую катушку с желобками.

Связь математики с организацией и технологией механизированных работ

Площадь боковой поверхности цилиндра применяется в технологии посева зерновых культур.

Учащиеся устанавливают зерновую сеялку на норму высева. Для этого они определяют число оборотов (m) колеса семян, необходимое для засева контрольного участка F_k с целью проверки установки сеялки на заданную норму высева по формуле: $F_y = 2\pi Rn$.

Если принять ширину захвата сеялки $V_r = H$, то участок, засеянный на один оборот колеса сеялки F об. Определяется по тем же формулам, что и на уроке геометрии.

Подведение итогов:

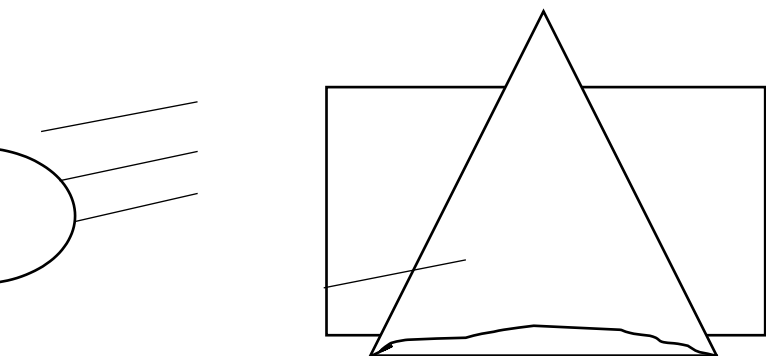
Слово учителя: Геометрия – одна из самых гармоничных областей математики. Она очаровывает стройностью своих аксиом, покоряет строгой логикой доказательств.

За тысячелетия своего существования, математика прошла большой и сложный путь на протяжении которого неоднократно изменялся ее характер, содержание и стиль изложения.

4 задание. Исторический экскурс

История развития человечества доказала уже много раз, что математика – красивейшая наука, без которой не может развиваться ни одна другая. Продуктивнейший метод познания природы – математическое модулирование.

В математике, прежде всего, поражает удивительная универсальность ее модулей и их эффективность в применении для других наук. Правда математическая модель не всегда дает немедленную практическую отдачу. Бывает, что она оказывает полезной только через тысячу лет. Пример тому, конические сечения – линии, которые образуются при сечении кругового конуса плоскостями, не проходящими через его вершину.



Они были открыты в Древней Греции и описаны Аполлоном Пергским (III в. – II в. до н.э.). Имеются три конических сечения.

Эллипс – плоскость сечения пересекает все образующие конуса.

Парабола – плоскость сечения параллельна какой-либо образующей.

Гипербола – плоскость сечения пересекает образующие обеих плоскостей конуса, т.е. обе ветви гиперболы считаются одной кривой.

Конические сечения имеют интересные оптические свойства, которые широко используются в технике.

Это основано на свойствах фокусов конических сечений-эллипса, гиперболы, параболы и поверхностей, образованных вращением этих кривых, которые широко используются в оптических приборах, например-прожекторах.

Конические сечения играют важную роль в природе, например, по эллиптическим, параболическим и гиперболическим орбитам движутся тела в поле тяготения.

Начальные сведения о свойствах тел вращения относятся ко времени зарождения геометрии, как будущей математической науки. Ещё за тысячи лет до наших времён земледельцы пытались хотя бы приблизительно узнать о собранном урожае, вычисляя размеры куч зерна и тех емкостей, где зерно хранилось

В связи с развитием мореплавания были нужны астрономические наблюдения, что заставляло человека изучать свойства шара и его частей.

Длительное время зависимости между геометрическими величинами, с помощью которых проводились различные вычисления, употреблялись как некоторые практические правила, без должного обоснования. Уже в V в. до нашей эры в Греции начали накапливаться знания в области стереометрии. Вырабатывались приёмы математических рассуждений, начали формироваться общие представления о пространственных фигурах и способах доказательства их свойств.

Важная роль в изложении сведений по стереометрии в определённой логической последовательности принадлежит греческому математику Евклиду (III в. до нашей эры), автору известного научного сочинения «Начала» состоящему из 13 книг. В 12 книге «Начал» исследуются многогранники, круглые тела – цилиндр, конус, шар, в 13 книге – правильные многогранники.

Другой знаменитый древнегреческий математик Архимед (III до нашей эры) в своём труде «О шаре и цилиндре» выводит формулы для определения поверхностей и объёмов этих тел, исследует свойства правильных многогранников.

Труды Евклида и Архимеда после перевода их на арабский язык, а с арабского на латинский, проникают в Европу и создают основу для составления учебников для средних школ.

В первой половине ХУП века в развитии геометрии происходят принципиальные изменения: в геометрии используются методы алгебры и математического анализа, которые начинают в те времена зарождаться.

Для нас и сейчас представляют интерес установленные Архимедом зависимости между площадью поверхности цилиндра и шара, объёмом цилиндра и шара определённых размеров. Примером таких утверждений Архимеда являются «...боковая поверхность описанного около шара цилиндра равна поверхности шара; объём описанного около шара цилиндра равен утроенной половине объёма шара, а полная поверхность этого цилиндра равна утроенной половине поверхности шара».

Подведение итогов:

Слово учителя: Современный человек должен понимать мир в котором он живёт. А что, как не математика, позволяет нам одним ключом открыть природу самых различных явлений, познать её сущность. Не потому ли древние греки, выбирая для неё название, остановились на слове «матема», что означает «знание», и не за это ли немецкий учёный математик Гаусс назвал её «царицей наук»?

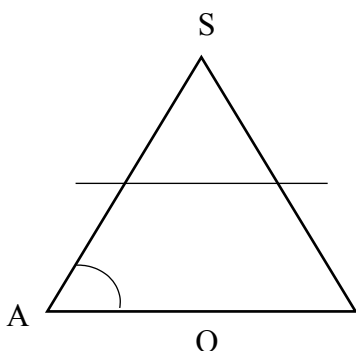
Признавая за математиков гордое царственное величие, её в то же время, называют и «служгой всех наук». С момента своего возникновения, математика всегда верно служила всем наукам.

5 задание. Задачи производственного содержания

Задача №1:

Свободно насыпанный ворох свежесобранной пшеницы по своей форме близок к конусу с углом естественного откоса $\alpha=40^\circ$.

а) Чему равен объём вороха, если его перекидка (длина линии ASB) равна p ?



Решение:

$$\begin{aligned} OS/AS &= \sin \alpha; OS = 1/2 p \sin \alpha; \\ OA &= 1/2 p \cos \alpha, \text{ то } V_1 = 1/3 \pi R^2 H = \\ &= 1/3 \pi p^2 / 4 \cos^2 40^\circ p / 2 \sin 40^\circ = \\ &= \pi / 24 p^3 \sin 40^\circ \cos^2 40^\circ \end{aligned}$$

Примечание: $\sin 40^\circ = 0,6$; $\cos 40^\circ = 0,8$

б) какого объёма ворох пшеницы можно насыпать на квадратной площадке со стороной 10м?

Решение:

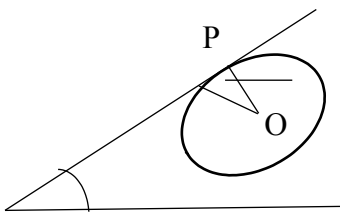
$$\operatorname{tg}40^{\circ} = H/R \quad R_{\text{кон.}} = 5\text{м};$$

$$H = 5 \operatorname{tg} 40^{\circ} = 4.2\text{м, откуда:}$$

$$V = 1/3 \pi R^2 H = 1/3 \pi 5^2 \times 4.2 = 110 \text{ м}^3$$

Задание №2:

При защите почв от водной эрозии на склонах иногда делают лунки в форме полушара диаметром d . Сколько воды может накопиться в такой лунке на склоне с углом наклона α ?



Решение:

Объём воды равен объёму шарового сегмента

$$V = 1/3 \pi H^2 (3/2 d - H)$$

H -высота сегмента, т.к. расстояние от центра лунки до поверхности воды $OP = d/2 \sin \alpha$,

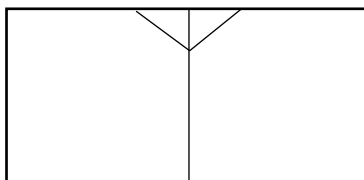
$$OP/r = \sin \alpha, \text{ то } H = d/2 (1 - \sin \alpha)$$

$$\text{Отсюда находим } V = \pi/24 d^3 (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha)$$

$$V = 1/3 \pi d^2/4 (1 - \sin \alpha)^2 (2d/2 + d/2 \sin \alpha) = \pi d^2/12 (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) d/2 = \\ = \pi d^3/24 (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha)$$

Задача №3

Объём бензина в бочке (или горизонтальной цистерне) иногда находится с помощью рейки. Сколько бензина в бочке, если длина h мокрого конца рейки равна 1,9 дм, диаметр d бочки равен 7,6 дм, а её длина l равна 11,6 дм?



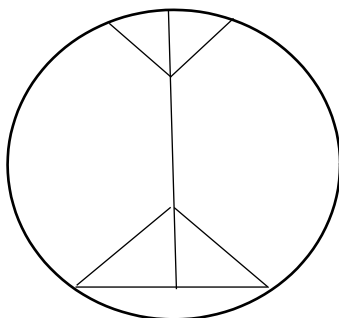
Решение:

$$\text{Находим, что } \cos \frac{\alpha}{2} = r - h/r = 3.8 - 1.9/3.8 = 1/2 (r = d/2)$$

$$A = 2/3 \pi$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = 1/2 \quad V = r^2/2 (1 - \sin \alpha) = 11.6 \cdot 3.8^2/2 (2/3 \pi \sin 2/3 \pi) = 83.8 (2.09 - 0.87) = 83.8 \times 1.22$$

$$A/2 = \pi/3 \quad 102\text{л}$$



На основании полученной выше формулы для различных ёмкостей составлены так называемые ёмкостные таблицы, которыми и используются на практике.

Заключительное задание:

Выделите знакомые геометрические формы на предлагаемых моделях или чертежах деталей и механизмов сельскохозяйственных машин.

Пример одной из таких задач:

1. Выделите на чертеже искроуловителя трактора МТЗ-80 знакомые геометрические формы. Анализ рисунка позволяет выделить следующие знакомые формы: усеченный конус, шаровой сегмент, цилиндр.

2. Выделить на чертеже керна (инструмент, применяемый в разметочном деле) знакомые геометрические формы (цилиндр, конус).

3. Заклепка – деталь, служащая для скрепления двух (а иногда и более) металлических частей. (Цилиндр, часть – сегмент).

4. Пробойник - инструмент для пробивания отверстий в тонком листовом материале (металл-картон; цилиндр, конус)

Подведение итогов урока:

	Задания					
	1	2	3	4	5	6
Цилиндры						
Конусы						
Шары						

Вопросы

Для обсуждения к семинару «Защита темы»

1. Какие геометрические фигуры называют телами вращения? Почему?
2. Дайте определения тел вращения, назовите и покажите на моделях их вспомогательные элементы.
3. Что представляет собой осевые сечения тел вращения? Какие другие сечения этих тел вам известны?
4. Подберите примеры деталей, изделий, имеющих форму тел вращения в технических объектах.
5. Используя дополнительную литературу (по совету преподавателя), подберите исторические факты и задачи по разделу «Тела вращения».

6. Составить задачи, имеющие профессиональную направленность по материалу о телах вращения.
7. Изготовить таблицу «Тела вращения».
8. Изготовить карточки – справочники, связанные с применением тел вращения в технике, сельском хозяйстве.
9. Изготовить структурные схемы тел вращения.
10. Знать формулы для вычисления объёмов и поверхностей тел вращения.
11. Выполнить рисунки деталей имеющих форму тел вращения.

Используемая литература:

1. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования. Башмаков М.И. М: Издательский дом «Академия», 2017 г.
2. Математика. Задачник: учеб. Пособие для учреждений нач. и сред. проф. образования. Башмаков М.И. М: Издательский дом «Академия», 2017 г.
3. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / 9-е изд., дораб. Погорелов А.В. М.: Просвещение, 2018 г.
4. Геометрия: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / 9-е изд., дораб. Атанасян Л. С. М.: Просвещение, 2018 г.